

STX

STUDENTEREKSAMEN



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

MATEMATIK A

Mandag den 12. august 2024
Kl. 9.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-9.

Delprøve 2 består af opgave 10-15.
Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 9.00-11.00

Opgave 1 En harmonisk svingning f er givet ved forskriften

$$f(x) = 7 \cdot \sin(x + 3).$$

a) Bestem amplituden A og perioden T .

Opgave 2 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = e^x + 6x - 9.$$

a) Bestem en stamfunktion til f .

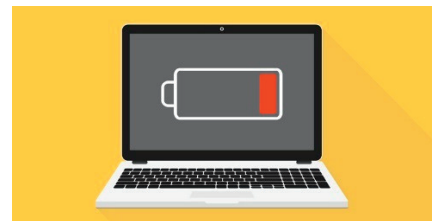
Opgave 3 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = x^2 + x \cdot y + 2y^2 - 5.$$

a) Bestem $f'_y(x, y)$.

Opgave 4 Når en bestemt type bærbare computere bruges til gaming, kan batteritiden (målt i minutter) beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi $\mu = 163$ og spredning $\sigma = 17$.

a) Afgør, om en batteritid på 200 minutter er et exceptionelt udfald.



Billedkilde: batteriesplus

Opgave 5 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$y' = 4 - \frac{1}{2}y.$$

Grafen for f går gennem punktet $P(0, 14)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P .

b) Bestem en forskrift for f .

Opgave 6 a) Løs ligningen $e^x \cdot \left(\frac{1}{x} - 4\right) = 0$.

En funktion f er givet ved

$$f(x) = e^x \cdot \left(\frac{1}{x} - 4\right).$$

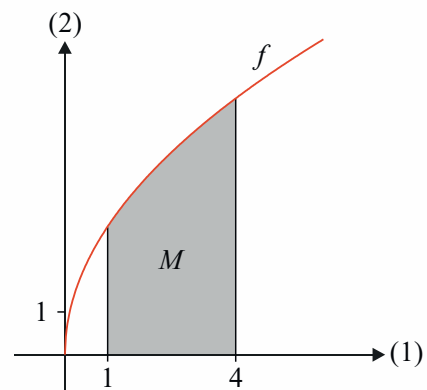
b) Bestem $f'(x)$.

Opgave 7 Figuren viser grafen for en funktion f og et område M .

Nedenstående tabel viser nogle værdier af funktionen f og en stamfunktion F til f .

x	1	4
$f(x)$	3	6
$F(x)$	2	16

a) Bestem arealet af M .



Opgave 8 I et sandsynlighedsfelt er $P(A) = \frac{4}{11}$, $P(B) = \frac{9}{11}$ og $P(A \cup B) = \frac{10}{11}$.

a) Bestem $P(A|B)$.

Opgave 9 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 3 \\ t^2 + 6t + 8 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem koordinatsættet til hvert af banekurvens skæringspunkter med førsteaksen.

En linje l er bestemt ved ligningen

$$l: -x + 2y + 40 = 0.$$

b) Bestem t -værdien til det punkt på banekurven for $\vec{s}$, hvor tangenten og linjen l er parallelle.

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

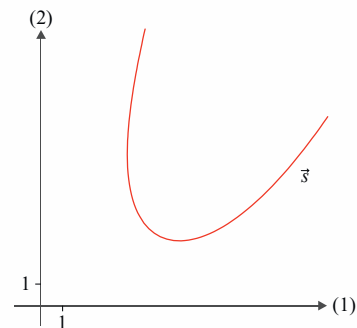
Opgave 10 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 4 \cdot \sqrt{t^2 + 9} - 8 \\ t^2 - 4t + 7 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestem koordinatsættet til det punkt P på banekurven for $\vec{s}$, hvor $t = -2$.

Punktet $Q(12, 7)$ ligger på banekurven for $\vec{s}$.

- b) Bestem t -værdien hørende til punktet Q .



Opgave 11 I 1912 blev elektronens ladning for første gang målt ved et forsøg med høj præcision. Forsøget blev udført 83 gange.

Tabellen viser de 83 måleresultater angivet i enheden zC.

Ladning (zC)	157,5	159,6	...	158,8	160,1
--------------	-------	-------	-----	-------	-------

Alle tabellens 83 måleresultater findes i bilaget "Ladning.xlsx"

I en model kan måleresultaterne beskrives ved en stokastisk variabel X .

- a) Gør rede for, at X tilnærmelsesvis er normalfordelt.
- b) Benyt modellen til at bestemme sandsynligheden for, at en måling af elektronens ladning med denne målemetode giver et resultat mellem 159 zC og 161 zC.

Kilde: Franklin, A.D.: "Millikan's Published and Unpublished Data on Oil Drops"

Opgave 12 To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 22x - 106 \quad \text{og} \quad g(x) = x^2 - 20x + 104.$$

Graferne for de to funktioner afgrænser et område M i første kvadrant.

- a) Bestem førstekoordinaten til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og grafen for g .
- b) Bestem omkredsen af M .
- c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der opstår, når M drejes 360° om førsteaksen.

Opgave 13



Billedkilde: viktorsfarmor

I en model kan længden af en stødtand på en zambisk hun-elefant beskrives ved differentialligningen

$$y' = a \cdot (85 - y), \quad 1 \leq x \leq 60,$$

hvor a er en konstant, $y = f(x)$ er stødtandens længde (målt i cm), og x er hun-elefantens alder (målt i år).

Når hun-elefanten er 3 år gammel, er stødtandens længde 13,0 cm.

Når hun-elefanten er 10 år gammel, er stødtandens længde 29,8 cm.

- Bestem en forskrift for f .
- Bestem hun-elefantens alder, når stødtandens længde vokser med 2,5 cm pr. år.

Kilde: *Growth of the African elephant*

Opgave 14 På et bestemt gymnasium går 37 % af eleverne i 1. g.
Af 1. g-eleverne går 13 % til fodbold.

- Hvad er sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt elev på gymnasiet er 1. g'er og går til fodbold?

På hele gymnasiet går 8 % af eleverne til fodbold.

En tilfældigt udvalgt elev går til fodbold.

- Hvad er sandsynligheden for, at denne elev går i 1. g?

Opgave 15 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = x^2 - x \cdot y - 2y + 5.$$

- Tegn grafen for f i grafvinduet $[-15; 15] \times [-15; 15] \times [-10; 20]$.

Betragt snitfunktionen bestemt ved

$$f(x, k) = x^2 - x \cdot k - 2k + 5, \quad \text{hvor } k \text{ er et tal.}$$

- Bestem de værdier af k , for hvilke ligningen $f(x, k) = 0$ har netop én løsning.

Udfaldsrum U med n udfald	F(1)	$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$
Hændelse A med k udfald fra U	F(2)	$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$
Sandsynlighed for hændelse A	F(3)	$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$
<i>Symmetrisk sandsynlighedsfelt</i>		
Alle sandsynligheder er lige store	F(4)	$P(u_1) = P(u_2) = \dots = P(u_n) = \frac{1}{n}$
Sandsynlighed for hændelse A	F(5)	$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{antal gunstige}}{\text{antal mulige}}$
<i>Regneregler i sandsynlighedsfelt</i>		
Sandsynlighed for komplementærhændelsen $\bar{A}$ til A	F(6)	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
Sandsynlighed for foreningshændelse	F(7)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
<i>Betinget sandsynlighed</i>		
Definition på betinget sandsynlighed	F(8)	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
Loven om total sandsynlighed	F(9)	$P(B) = P(B A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(B A_k) \cdot P(A_k)$
Bayes' sætning	F(10)	$P(A B) = \frac{P(B A) \cdot P(A)}{P(B)}$
Bayes' udvidede sætning	F(11)	$P(A_i B) = \frac{P(B A_i) \cdot P(A_i)}{P(B A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(B A_k) \cdot P(A_k)}$

Dette prøvesæt er omfattet af ophavsretten, jf. ophavsretslovens § 1. Prøvesættet må alene anvendes til den på prøvesættet anførte prøve. Al anden anvendelse af prøvesættet, herunder visning eller deling f.eks. via internettet, sociale medier, portaler og bøger, udgør en krænkelse af Børne- og Undervisningsministeriets og evt. tredjemands ophavsret og er ikke tilladt. Overtrædelse af ophavsretten kan være erstatningspådragende og/eller strafbart.

Prøvesættet kan dog, efter at prøveperioden er afsluttet, anvendes til undervisningsbrug på uddannelser m.v. omfattet af den lovgivning, som Styrelsen for Undervisning og Kvalitet administrerer.