Terminsprøve, 2025 MAA/2 3g, 24/2/2025, kl. 09:00 – 14:00

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling.
Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-10. Til delprøve 1 hører to bilag.
Delprøve 2 består af opgave 11-16.

Pointtallet er angivet efter hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene. Pointtallet for disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kun med den centralt udmeldte formelsamling
Kl. 09:00 – 11:00

Opgave 1

a) Reducér udtrykket

$$\frac{(3a-b)^2-b^2}{a}.$$

(10 point)

Opgave 2

En funktion f er givet ved

$$f(x)=(2x-6)\cdot\sqrt{x}.$$

a) Løs ligningen $f(x)=0$. (10 point)

Opgave 3

En funktion f er givet ved

$$f(x)=\ln(x^3+2).$$

a) Bestem $f'(1)$. (10 point)

Opgave 4 (bilag vedlagt)

En funktion f er givet ved

$$f(x)=2x-8.$$

Den omvendte funktion til f betegnes g.

a) Tegn graferne for f og g i samme koordinatsystem (benyt vedlagte bilag). (10 point)

b) Bestem en forskrift for g. (10 point)

Opgave 5

For en normalfordelt stokastisk variabel X er intervallet for de normale udfald $[34; 50]$.

a) Gør rede for, at middelværdien μ er 42, og at spredningen σ er 4. (10 point)

b) Forklar, hvad

$$\int_{45}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 4} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-42}{4}\right)^2} \, \mathrm{d}x = 0{,}2267$$

fortæller om den stokastiske variabel X. (10 point)

Opgave 6

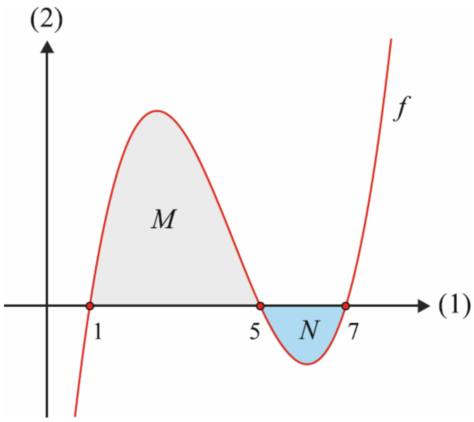
En funktion f er givet ved

$$f(x) = \mathrm{e}^x + 3x^2.$$

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion til f, hvis graf går gennem punktet $(0, 5)$. (10 point)

Opgave 7

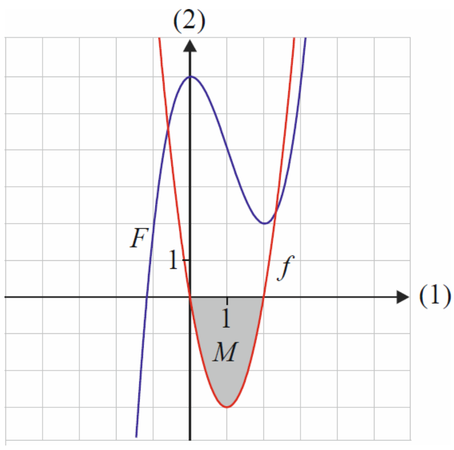
På figuren ses grafen for en funktion f. Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen to områder M og N. Arealet af M er 32, og arealet af N er 5.



a) Bestem $\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ og $\int_1^7 f(x)\,\mathrm{d}x$. (10 point)

Opgave 8 (bilag vedlagt)

Figuren viser graferne for funktionerne f og F, hvor F er en stamfunktion til f. Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde M, der har et areal.



a) Bestem arealet af M. Brug bilaget. (10 point)

Opgave 9

a) Bestem integralet

$$\int 8x^3 \cdot (x^4 + 1)^2 \ \mathrm{d}x.$$

(10 point)

Opgave 10

En harmonisk svingning f er givet ved

$$f(x) = 3 \cdot \sin(4\pi \cdot x + 5).$$

a) Bestem amplituden og perioden. (10 point)

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11:00.

Delprøve 2 med alle tilladte hjælpemidler
Kl. 09:00 – 14:00

Opgave 11

I en model kan indbyggertallet i København beskrives ved

$$f(x) = \frac{817215}{1 + 0{,}613 \cdot 0{,}942^x}, \quad 0 \leq x \leq 17,$$

hvor $f(x)$ er indbyggertallet x år efter 2008.

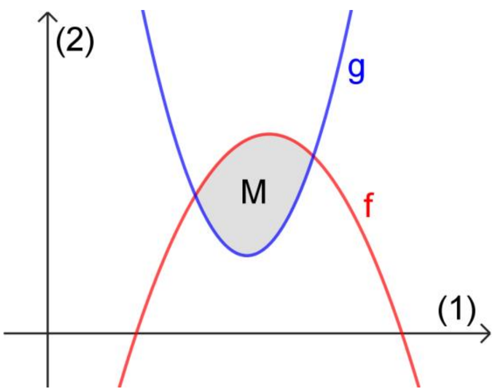
a) Bestem det tidspunkt, hvor indbyggertallet vokser med en hastighed på 8000 indbyggere om året. (10 point)

Opgave 12

To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4 \quad \text{og} \quad g(x) = 2x^2 - 9x + 11.$$

a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem graferne for f og g. (10 point)



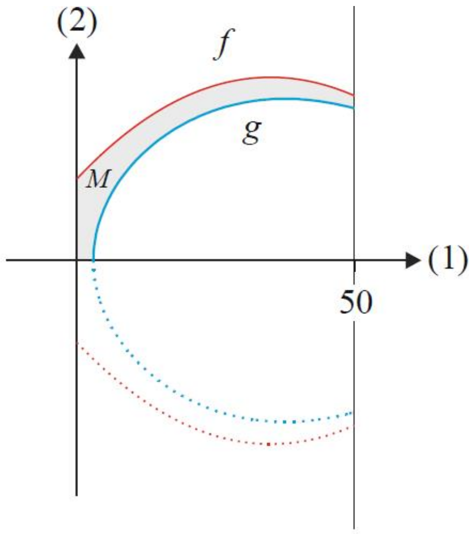
Graferne for f og g afgrænser et område M.

b) Bestem arealet af M. (10 point)

c) Bestem omkredsen af M. (10 point)

Opgave 13

Figur 1



Figur 2

To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = \frac{3}{200} \cdot (-x^2 + 70x + 990), \quad 0 \leq x \leq 50$$

og

$$g(x) = \frac{9 - x^2}{130} + 6{,}8 \cdot \sqrt{x - 3}, \quad 3 \leq x \leq 50.$$

Graferne for f og g afgrænser sammen med koordinatsystemets akser og linjen med ligningen $x = 50$ et område M, se figur 2. En krukke kan i en model beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer ved, at M drejes 360° om førsteaksen. I modellen har begge akser enheden cm.

a) Bestem $g(50)$, og gør rede for, hvad dette tal fortæller om krukken. (10 point)

b) Benyt modellen til at bestemme rumfanget af det materiale, krukken er lavet af. (10 point)

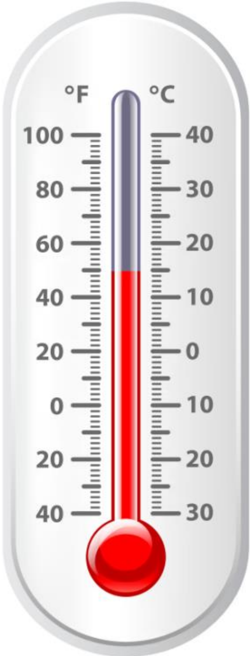
Opgave 14

En normalfordelt stokastisk variabel X har middelværdi $\mu = 5$ og spredning $\sigma = 0{,}8$.

a) Bestem $P(6 \leq X \leq 8)$. (10 point)

b) Bestem tallet k, så $P(X \leq k) = 0{,}3.$, og giv en fortolkning af resultatet (10 point)

Opgave 15



Udetemperaturens svingninger i løbet af et døgn i en solrig første halvdel af maj kan beskrives ved

$$f(t) = 11{,}0 + 4{,}9 \cdot \sin(0{,}2618 \cdot t - 2{,}0944)\,, \quad 0 \leq t \leq 24,$$

hvor t er tiden, målt i timer efter midnat, og $f(t)$ er temperaturen, målt i °C.

a) Tegn grafen for f, og bestem den højeste og den laveste temperatur i døgnet. (10 point)

b) Bestem de tidspunkter i døgnet, hvor temperaturen er 13 °C. (10 point)

c) Bestem $f'(20)$, og gør rede for hvad dette tal betyder. (10 point)

Opgave 16

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x.$$

a) Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af differentialregning. (10 point)

En anden funktion g er givet ved

$$g(x) = x^3 + k \cdot x^2 + 9x,$$

hvor k er et tal.

b) For hvilke værdier af k har grafen for g præcis én vandret tangent? (10 point)

BILAG 1

Bilaget skal indgå i besvarelsen.

Skole	Hold		ID
Navn	**Ark nr.**	**Antal ark i alt**	**Tilsynsførende**

Opgave 4

BILAG 2

Bilaget skal indgå i besvarelsen.

Skole	Hold		ID
Navn	**Ark nr.**	**Antal ark i alt**	**Tilsynsførende**

Opgave 8