Terminsprøve 3e

24.2.2026

0900-1400

Matematik A

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling.
Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1 – 8

Delprøve 2 består af opgave 9 – 14

Der gives 10 point til hvert delspørgsmål

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 0900 - 1100

Opgave 1.

a) Bestem

$$\int (e^x + 6 \cdot x^2 + 4)\, dx$$

Opgave 2.

En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2t+1 \\ t^2 - 4t \end{pmatrix}.$$

a) Bestem $\vec{s}(1)$.

b) Bestem $\vec{s}\,'(t)$.

Opgave 3.

a) Løs ligningen $\sqrt{x} \cdot (4x - 12) = 0$

Funktionen f er givet ved $f(x) = \sqrt{x} \cdot (4x - 12)$

b) Bestem $f\,'(x)$

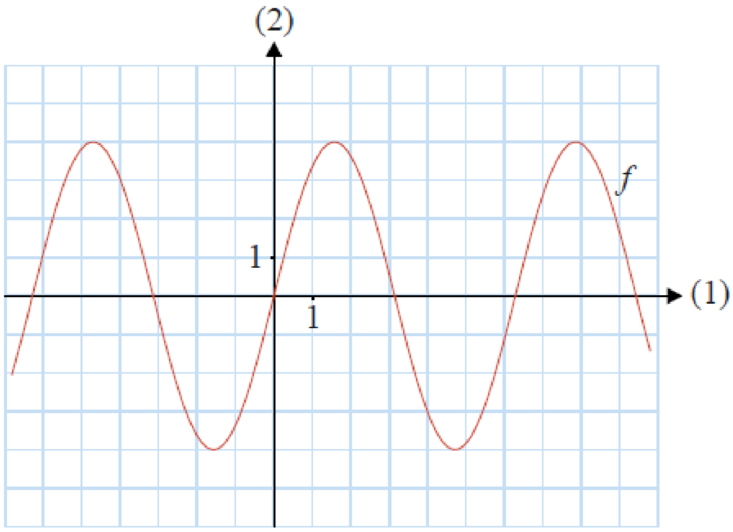
Opgave 4.

En harmonisk svingning f er givet ved

$$f(x) = A \cdot \sin(x),$$

hvor A er en konstant.

På figuren ses grafen for f.



a) Bestem A.

Opgave 5.

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x), \quad x > 0.$$

a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 6.

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$y' = x \cdot y + 5.$$

Det oplyses, at grafen for f går gennem punktet $P(1, 10)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

Opgave 7.

Foto: www.colourbox.dk

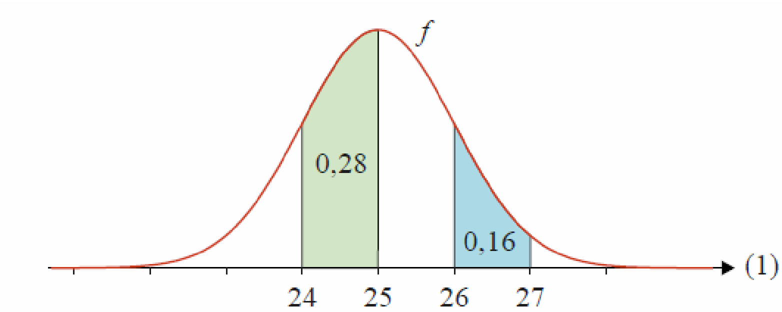
I en model kan vægten af kyllingelår (målt i gram) beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi $\mu = 100$ og spredning $\sigma = 14$.

a) Undersøg om et kyllingelår på 80 gram er et normalt udfald.

Tæthedsfunktionen for X betegnes f.

b) Forklar, hvad $\int_{100}^{120} f(x)\,dx = 0{,}423$ fortæller om vægten af kyllingelår.

Opgave 8.



Figuren viser grafen for tæthedsfunktionen f for en normalfordelt stokastisk variabel X. Middelværdien for X er 25. Arealet af hvert af de to farvede områder er angivet på figuren.

a) Bestem sandsynligheden $P(24 \leq X \leq 25)$.

b) Bestem sandsynligheden $P(X \geq 27)$.

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 1100

Delprøve 2 kl. 1100 - 1400

Opgave 9.

Billedkilde: Miljøstyrelsen

En fiskeribiolog undersøger udviklingen i antallet af fisk i et stort bassin.
Udviklingen kan beskrives ved differentialligningen

$$y' = 0{,}5 \cdot y \cdot (1 - 0{,}0002 \cdot y) - 0{,}06 \cdot y,$$

hvor y er antallet af fisk i bassinet t år efter undersøgelsens start.
Ved undersøgelsens start er der 3500 fisk i bassinet.

a) Med hvilken hastighed vokser antallet af fisk i bassinet ved undersøgelsens start?

b) Bestem antallet af fisk i bassinet efter 5 år.

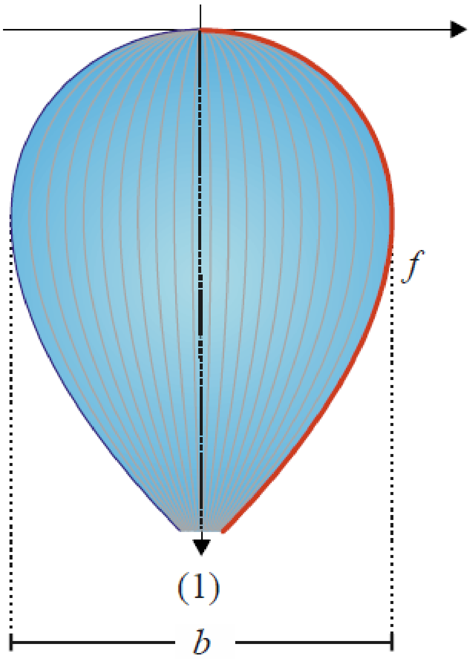
Opgave 10.

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 0{,}126 \cdot (45 - x^{1{,}2}) \cdot x^{0{,}5}, \qquad 0 \le x \le 23.$$

Grafen for f, koordinatsystemets førsteakse og linjen med ligningen $x = 23$ afgrænser et område M, der har et areal.

I en model kan formen af en varmluftsballon beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M roteres 360° omkring førsteaksen i et koordinatsystem med enheden meter på begge akser.



a) Benyt modellen til at bestemme volumen af ballonen.

b) Benyt modellen til at bestemme bredden b af ballonen (se figuren).

Opgave 11.

Logoet for TV-stationen Australian Broadcasting Corporation har form som parameterkurven for vektorfunktionen $\vec{r}$ givet ved

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(3t) \end{pmatrix}, \qquad 0 \le t \le 2\pi.$$

a) Tegn parameterkurven for $\vec{r}$.

b) Bestem koordinatsættet til hvert af parameterkurvens skæringspunkter med andenaksen.

Parameterkurven for $\vec{r}$ har et dobbeltpunkt for $t = \frac{\pi}{3}$ og $t = \frac{5\pi}{3}$.

c) Bestem vinklen mellem hastighedsvektorerne i dette dobbeltpunkt.

Opgave 12.

Sølvmyre.
Billedkilde: Harald Wolf

Kilde: Pfeffer et al.:
"High-speed locomotion in the Saharan silver ant"

Tabellen viser en række målinger af sammenhørende værdier af fart og skridtlængde for sølvmyrer i Sahara-ørkenen.

Fart (mm/s)	59	63	…	782	857
Skridtlængde (mm)	5,3	6,5	…	19,3	18,2

Hele tabellen med alle 126 datapunkter findes i bilaget: Soelvmyrer.xlsx

I en lineær model kan sammenhængen mellem fart og skridtlængde beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b\,,$$

hvor x betegner farten (målt i mm/s), og $f(x)$ betegner skridtlængden (målt i mm).

a) Benyt alle tabellens data til at bestemme en forskrift for f.

b) Gør rede for, at residualerne i modellen med god tilnærmelse er normalfordelte.

Opgave 13.

En differentialligning er givet ved

$$y' = y + x^2.$$

a) Tegn et hældningsfelt for differentialligningen.

Det oplyses, at funktionen f er løsning til differentialligningen, og at grafen for f går gennem punktet $P(0,-1)$.

b) Bestem en forskrift for f.

Opgave 14.

Tæthedsfunktionen for en normalfordel stokastisk variabel X er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 3} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-10}{3}\right)^2}$$

a) Bestem middelværdien og spredningen for X

b) Bestem sandsynligheden $P(7 \leq X \leq 13)$

For bilag til opgave 12
Klik her