Terminsprøve 2026

Dato og tid (start og slut):	**24.2.2026 KL. 9:00 - 15:00**
Fag og niveau:	**MATEMATIK A**
Klasse/hold:	**3dMAA**
Lærer:	**Christian Hildebrandt (CH)**
Hvilken tilladte hjælpemidler må eleven bruge:	Delprøve 1: udleveret formelsamling, papir, skriveredskaber Delprøve 2: alle hjælpemidler undtagen kommunikation med omverdenen
Har opgaven del prøve, hvis ja, hvor lang tid har de:	**Delprøve 1: 2 timer (kl. 9:00 - 11:00)**
Eventuel anden information til eleverne vi skal give:	**DELPRØVE 1 AFLEVERES PÅ PAPIR MED NAVN OG KLASSE KL. 11:00** **DELPRØVE 2 AFLEVERES SOM PDF, OG KUN ET ENKELT DOKUMENT**

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-9.
Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 10-15.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 9.00-11.00

Opgave 1 En funktion *f* af to variable er givet ved

$$f(x,y)=5x^2-y^2+3x\cdot y\,.$$

a) Bestem $f(2,-1)$.

b) Bestem $f'_x(x,y)$.

Opgave 2 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{3x}+x^2\,.$$

Grafen for *f* går gennem punktet $P(2,18)$.

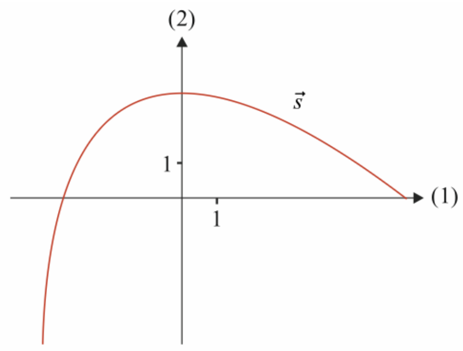
a) Bestem linjeelementet i punktet *P*.

Opgave 3 For en normalfordelt stokastisk variabel *X* er intervallet for de normale udfald $[34;50]$.

a) Gør rede for, at middelværdien μ er 42, og at spredningen σ er 4.

Opgave 4 På figuren ses banekurven for vektorfunktionen $\vec{s}$ givet ved

$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix} t^2+4t \\ -2t^2+3 \end{pmatrix}.$$



a) Bestem $\vec{s}\,'(t)$.

En vektor $\vec{a}$ har koordinatsættet $\vec{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) For hvilken *t*-værdi er tangenten til banekurven og vektor $\vec{a}$ ortogonale?

Opgave 5 En funktion *f* er givet ved

$$f(x)=\mathrm{e}^x\cdot(x^2-2x-8)\,.$$

a) Løs ligningen $f(x)=0$.

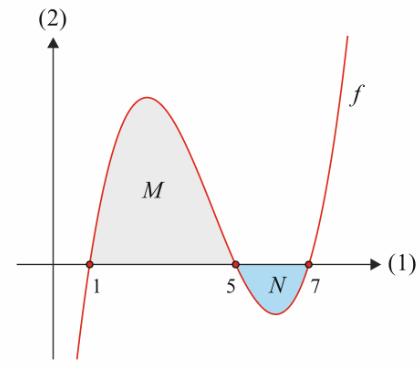
b) Bestem $f'(x)$.
Bestem $f'(0)$.

Opgave 6 På figuren ses grafen for en funktion *f*.

Grafen for *f* afgrænser sammen med førsteaksen to områder *M* og *N*.

Arealet af *M* er 32, og arealet af *N* er 5.

a) Bestem $\int_1^5 f(x)\,dx$ og $\int_1^7 f(x)\,dx$.



Opgave 7 En funktion *f* er givet ved

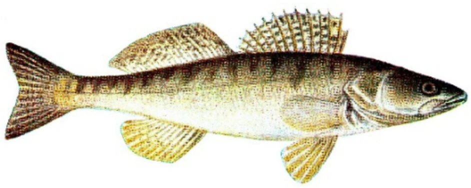
$$f(x) = \ln(x^2 + 7x + 20).$$

a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 8 a) Bestem integralet

$$\int 8x^3 \cdot (x^4 + 1)^2 \, dx.$$

Opgave 9



Billedkilde: Wikipedia

I en model kan længdeudviklingen af en fisk i en sø beskrives ved en funktion *L*, hvor $L(t)$ betegner fiskens længde (målt i cm), og *t* er fiskens alder (målt i år).

I modellen er væksthastigheden for fiskens længde proportional med forskellen mellem fiskens maksimale længde og fiskens længde til alderen *t*.

Det oplyses, at proportionalitetsfaktoren er $k = 0{,}15$, og at fiskens maksimale længde er 90 cm.

a) Opstil en differentialligning, som *L* opfylder.

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

Opgave 10 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 5t^2 + 4t \\ \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem koordinatsættet til det punkt P på banekurven for $\vec{s}$, hvor $t = 3$.

b) Bestem t-værdien til hvert af de punkter, hvor banekurven skærer andenaksen.

Opgave 11 En normalfordelt stokastisk variabel X har middelværdi $\mu = 5$ og spredning $\sigma = 0{,}8$.

a) Bestem $P(6 \le X \le 8)$.

b) Bestem tallet k, så $P(X \le k) = 0{,}3$.

Opgave 12

Billedkilde: bt

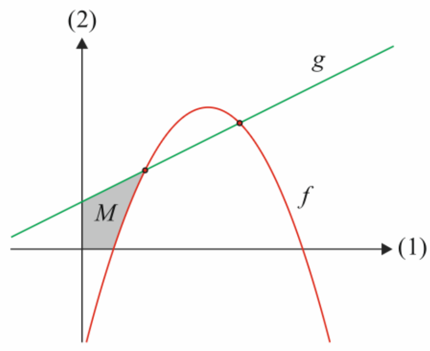
I en model kan indbyggertallet i København beskrives ved

$$f(x) = \frac{817215}{1 + 0{,}613 \cdot 0{,}942^x}, \qquad 0 \le x \le 17,$$

hvor $f(x)$ er indbyggertallet x år efter 2008.

a) Bestem det tidspunkt, hvor indbyggertallet vokser med en hastighed på 8000 indbyggere om året.

Opgave 13



To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - 7$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem graferne for f og g.

Graferne for f og g afgrænser sammen med koordinatsystemets akser et område M.
Se figuren.

b) Bestem omkredsen af området M.

Opgave 14

Billedkilde: nyheder24

Et reservoir benyttes til opsamling af vand ved skybrud.

I en model kan vandstanden i reservoiret ved et bestemt skybrud beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dh}{dt} = -0{,}10 \cdot h - 0{,}012 \cdot t^2 + 0{,}60 \cdot t + 0{,}10\,, \qquad 0 \leq t \leq 50\,,$$

hvor $h(t)$ er vandstanden (målt i cm) til tiden t (målt i antal minutter efter skybruddets start).

Det oplyses, at $h(0) = 0$.

a) Med hvilken hastighed stiger vandstanden i reservoiret til tidspunktet $t = 0$?

b) Bestem de to tidspunkter, hvor vandstanden i reservoiret er 40 cm.

c) Bestem den højeste vandstand i reservoiret ved skybruddet.

Opgave 15 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x,y) = x^2 - x \cdot y - 2y + 5.$$

a) Tegn grafen for f i grafvinduet $[-15;15] \times [-15;15] \times [-10;20]$.

Betragt snitfunktionen bestemt ved

$$f(x,k) = x^2 - x \cdot k - 2k + 5,$$ hvor k er et tal.

b) Bestem de værdier af k, for hvilke ligningen $f(x,k) = 0$ har netop én løsning.